

## 1. Centrální limitní věta

Nechť  $\{X_i\}_{i=1}^n$  je posloupnost vzájemně nezávislých náhodných veličin, které mají totéž rozdělení se střední hodnotou  $\mu$  a s konečným rozptylem  $\sigma^2$ . Potom:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left[ \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq t \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t e^{-u^2/2} du = \Phi(u)$$

$$\Phi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) = F(x)$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum X$$

$$E\bar{X} = E \left( \frac{1}{n} \sum X \right) = \frac{1}{n} \sum EX = n \cdot EX$$

$$D\bar{X} = D \left( \frac{1}{n} \sum X \right) = \frac{1}{n^2} \sum DX = \frac{1}{n^2} n \cdot DX = \frac{1}{n} DX$$

$$\mu = E\bar{X}, \quad \sigma^2 = D\bar{X}$$

Potom normováním dostaneme:

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Ať je rozdělení centrálního souboru jakékoliv, rodění střední hodnoty výběrového souboru (i rozptyl výběrového souboru) bude vždy normální, jestliže rozsah výběrového souboru dosáhne alespoň určité minimální velikosti

## 2. Chyba 1. a 2. druhu

Rozhodneme se pro:	Platí:	
	$H_0$	$H_1$
$H_0$	Ok	Chyba 1. druhu $\beta$
$H_1$	Chyba 2. druhu $\alpha$	Ok

- Chyba 1. druhu: Zamítneme nulovou hypotézu, která platí (obviníme nevinného).
- Chyba 2. druhu: Nezamítneme nulovou hypotézu, která neplatí (osvobodíme vinného).

Volbou přísnosti kritéria snižujeme riziko jedné chyby na úkor zvýšení rizika druhé chyby.

## 3. Charakteristická funkce

Funkce  $\Psi(t) = Ee^{itX}$  se nazývá charakteristickou funkcí náhodné veličiny  $X$ . Vlastnosti  $\Psi(t)$  existuje pro každé  $t \in R$ ,  $\Psi(0) = 1$ ,  $\Psi(t) \leq 1$ .

Diskrétní:

$$\Psi(t) = \sum_j e^{itx_j} \cdot P[X = x_j]$$

Spojité:

$$\Psi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx_j} f(x) dx$$

Charakteristická funkce je obrazem hustoty při Fourierově transformaci, distribuční funkce  $F$  je jednoznačně určena  $\Psi$ .

## 4. Metoda maximální věrohodosti

$$f(t, \Theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i, \Theta)$$

Možné problémy:

1. Je více než jedno řešení. (Může se stát, že různé hodnoty parametrů popisují totéž rozdělení – vadí to?)
2. řešení neexistuje (to se může stát jedině když věrohodnostní funkce je nespojitá nebo parametrický prostor neuzavřený).
3. Je jediné řešení, ale je obtížné je nalézt. (Lokální extrém musí být globální.)
4. Soustava je špatně podmíněná.
5. Hodnoty věrohodnosti mohou být velmi malé.
6. Nelze použít pro smíšené rozdělení!

Výhody:

1. Hledání optima je o něco snazší než řešení soustavy rovnic.
2. Různým datům je dán společný (srovnatelný) význam.
3. Lze použít i na nenumerická data.

## 5. Definice náhodné veličiny

Náhodná veličina je měřitelné zobrazení elementárních jevů do  $R$ , tedy objekt  $X$  popsáný pravděpodobnostmi  $P[X \in I] = \omega_X(I)$ , definovanými pro libovolný interval  $I \subseteq R$  (a tedy i pro libovolné sjednocení spočetně mnoha intervalů);

$\omega_X$  je pravděpodobnostní míra určující rozdělení náhodné veličiny  $X$ .

## 6. Množina všech možných hodnot $p(t)$

Napíšte množinu všech možných hodnot, kterých může nabyvat pravděpodobnostní funkce  $p(t) = P[X = t]$ , pro

1. diskrétní: nabyva hodnot  $\langle 0; 1 \rangle$
2. spojitě: nabyva hodnot  $\langle 0; \infty \rangle$
3. smíšené: